

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm m để đường thẳng d : $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x$.
2. Tìm giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x - my = 1 \\ mx + y = 3 \end{cases}$ có nghiệm (x; y) thỏa mãn $xy < 0$.

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A (1; 1; 3) và đường thẳng d có phương trình:

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.
2. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MOA cân tại đỉnh O.

Câu IV (2 điểm)

1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $x = -x^2 + 4x$ và đường thẳng d: $y = x$.
2. Cho hai số thực x, y thay đổi và thỏa mãn $x^2 + y^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) - 3xy$.

PHẦN RIÊNG ----- Thí sinh chỉ được làm 1 trong 2 câu: V.a hoặc V.b-----

Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tìm điểm A thuộc trục hoành và điểm B thuộc trục tung sao cho A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng d : $x - 2y + 3 = 0$.
2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18}$ ($x > 0$)

Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải phương trình $\log_2^2(x+1) - 6\log_2 \sqrt{x+1} + 2 = 0$
2. Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thang, $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90^\circ$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD. Chứng minh rằng BCNM là hình chữ nhật và tính thể tích của khối chóp S. BCNM theo a.

BÀI GIẢI GỢI Ý

Câu I.

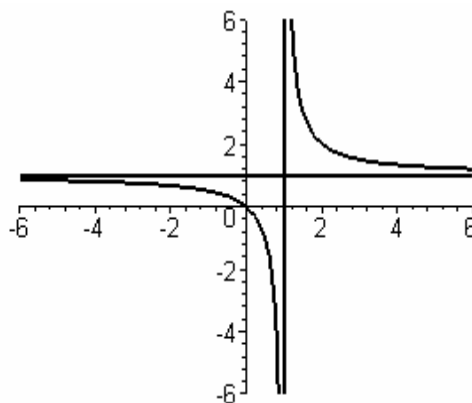
1. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$;

$$y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \text{ với } \forall x \in D.$$

BBT

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y			
		-	-
y	1	$+\infty$	1
		$-\infty$	

Tiệm cận : $x = 1$ là pt tiệm cận đứng
 $y = 1$ là pt tiệm cận ngang



2. Pt hoành độ giao điểm : $\frac{x}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - mx + m = 0$ (vì $x = 1$ không là nghiệm)
 d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 0 \vee m > 4$

Câu II.

1. Pt $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 3x = \sin 2x \Leftrightarrow \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x$
 $\Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{3} = 2x + k2\pi$ hay $3x - \frac{\pi}{3} = \pi - 2x + k2\pi$
 $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ hay $x = \frac{4\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}$ ($k \in \mathbb{Z}$)
2. $D = \begin{vmatrix} 1 & -m \\ m & 1 \end{vmatrix} = 1 + m^2$; $D_x = \begin{vmatrix} 1 & -m \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 3m$; $D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ m & 3 \end{vmatrix} = 3 - m$

$$\text{Hệ phương trình} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{1+3m}{1+m^2} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{3-m}{1+m^2} \end{cases}$$

$$\text{Hệ có nghiệm } (x, y) \text{ thỏa } xy < 0 \Leftrightarrow \frac{1+3m}{1+m^2} \cdot \frac{3-m}{1+m^2} < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{3} \text{ hay } m > 3$$

Câu III.

1. (P) qua A (1; 1; 3), PVT $\vec{n} = \vec{a_d} = (1; -1; 2)$
 nên pt (P) : $1(x-1) - 1(y-1) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 6 = 0$
2. Gọi M (t; -t; 2t+1) \in d. ΔOMA cân tại O $\Leftrightarrow OM^2 = OA^2$
 $\Leftrightarrow t^2 + t^2 + (2t+1)^2 = 1 + 1 + 9 \Leftrightarrow 6t^2 + 4t - 10 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hay $t = -\frac{5}{3}$
 Vậy M (1; -1; 3) hoặc M $\left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{7}{3}\right)$

Câu IV.

1. PTHĐGD : $-x^2 + 4x = x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 3$
 $S = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \Big|_0^3 = -9 + \frac{27}{2} = \frac{9}{2}$ (đvdt)
2. $x^2 + y^2 = 2 \Leftrightarrow xy = \frac{(x+y)^2 - 2}{2}$. Đặt $t = x + y$, đk : $|t| = |x+y| \leq 2$
 $P = 2(x^3 + y^3) - 3xy = 2(x+y)(2-xy) - 3xy = -t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 6t + 3$
 Xét hàm số $g(t) = -t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 6t + 3$; với $t \in [-2; 2]$
 $g'(t) = -3t^2 - 3t + 6$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hay $t = -2$
 Ta có $g(-2) = -7$; $g(1) = \frac{13}{2}$; $g(2) = 1 \Rightarrow \min P = -7$; $\max P = \frac{13}{2}$.

Phần riêng

Câu V.a.

1. Gọi A (a; 0) \in x'Ox; B (0; b) \in y'Oy

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (-a; b)$ và trung điểm AB là I $\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}\right)$

A, B đối xứng qua d $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} // \vec{n} = (1; -2) \\ I \in d \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{a}{1} = \frac{b}{-2} \\ \frac{a}{2} - 2\left(\frac{b}{2}\right) + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ \frac{a}{2} - b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ \frac{a}{2} - 2a + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy A (2; 0) và B (0; 4)

$$2. \left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (2x)^{18-k} (x^{-\frac{1}{5}})^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k 2^{18-k} x^{18-\frac{6}{5}k}$$

$$Y_{cbt} \Leftrightarrow 18 - \frac{6}{5}k = 0 \Leftrightarrow k = 15$$

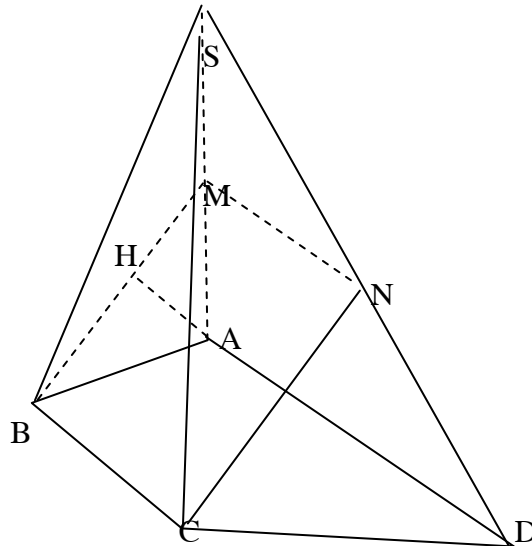
Vậy số hạng không chứa x là : $2^3 \cdot C_{18}^{15} = 6528$

Câu V.b.

$$1. Pt \Leftrightarrow \log_2^2(x+1) - 3\log_2(x+1) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+1) = 1 \text{ hay } \log_2(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 2 \text{ hay } x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = 3$$

2.



Ta có $MN // \frac{1}{2} AD$, nên ta có $MN // BC = a$

$BC \perp SAB$, nên $BC \perp BM \Rightarrow$ tứ giác MNBC là hình bình hành có 1 góc vuông nên là hình chữ nhật.

M là trung điểm của SA nên ta có : $d(S, BCMN) = d(A, BCMN) = d(A, BM) = \frac{a\sqrt{2}}{2} = h$

$$V(S.BCMN) = \frac{1}{3} S_{BCNM} \cdot h = \frac{1}{3} (a \cdot a\sqrt{2}) \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3}{3}$$

----- oOo -----

**TRẦN MINH QUANG – TRẦN VĂN TOÀN –
TRẦN MINH THỊNH – NGUYỄN PHÚ VINH**
(Trung tâm Bồi dưỡng văn hóa và Luyện thi đại học Vĩnh Viễn, TP.HCM)